Jagiellonian U Contest

A. The Catcher in the Rye

题意：有一个高度为 h 的大矩形，矩形由三个小矩形拼接成，三个小矩形的高度都为 h, 宽度分别为 a, b, c。在每个矩形中的移动速度不一样，分别为 v_a, v_b, v_c。你要从左下角走到右上角，问最少需要多少时间。

题解：这个可能是个物理题。考虑有一束光从左下角射入，然后从右上角射出，这个肯定只有唯一一条光路。可以证明，这条光路就是我们要求的路径。

因为光路是唯一的，于是就可以通过二分入射角来计算出这条路径。根据这个光的折射定律，我们可以知道

$$\frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{v_2}.$$

于是就可以很方便地求出最后光从那个位置出来了。

B. Dissertation

题意：给出长度为 10^6 和 10^3 的两个串，求 LCS

题解：$dp(i, j)$ 表示第二个串前 i 个字符与第一个串前 $dp(i, j)$ 个字符的 LCS 至少为 j，且 $dp(i, j)$ 为满足条件的最小值。假设已知 $dp(i, j)$，考虑转移到第二个串的第 $i+1$ 个位置，如果该位置不对 LCS 产生贡献，则直接转移到 $dp(i+1, j)$；否则在第一个串的 $dp(i, j)$ 位置后找到第一个匹配的字符位置转移到 $dp(i+1, j+1)$。

C. Dominoes

题意:有 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个多米诺骨牌,骨牌上下分别写着 $(1,1),(1,2),\ldots,(1,n),(2,2),(2,3),\ldots,(n,n)$。现在要把这个写骨牌放到方格里面，要求相同数字的格子要连通。

题解：简单地在纸上画画可以发现，如果 $n \geq 5$，因为平面图不存在 K_5，无解。于是，其他情况就随便打个表好了。

D. Endgame

题意：黑方剩一个国王，白方剩一个国王和一个车先手。保证至多 50 步白方可以将军，白方想最小化步数，黑方想最大化步数，求白方多少步能将军。

题解：2014 西安现场赛 H、2016 沈阳网络赛 1006 都是类似的题，这些题都可以用同一个做法。

考虑一个更一般的问题：一个有向图，初始时在某个点，玩家 A、B 轮流操作，每次操作沿一条有向边走一步。所有点分为 win 点、lose 点和未确定点，若玩家初始在 win 点且是先手，或者对手走到了某个 win 点，则该玩家获胜（对手输）；lose 点反之。玩家都会采取最优策略，若必胜则

会最小化步数，否则会最大化步数（可能不会结束）。在这些前提下，需要判断任意点先手是必胜、必败还是无法结束，对于必胜和必败的情况需要求出最优策略下的步数。

首先求出每个点的胜败态，win、lose 点的胜败态是显然的，未确定点的状态按下列方法推：

1. 如果一个未确定点有一个后继是必败的，那么它就是必胜的；
2. 如果一个未确定点后继全是必胜的，那么它就是必败的；
3. 无法继续更新时，剩下的未确定点就是最优策略下一定会走成环的平局状态。

接下来考虑步数，由于平局状态的步数都是正无穷所以可以把平局状态的点都去掉，然而剩下图还可能有环，第一想法可能会考虑设 $step_{win} = step_{lose} = 0$，用 $step = minstep + 1$ 和 $step = maxstep + 1$ 迭代。然而实际上观察 $(1)(2)$ 和迭代式发现只要保证按照队列扩展在满足 $(1)(2)$ 条件时直接确定步数入队即可保证点加边复杂度

E. Evacuation

题意：有个人一开始在 x 轴的 0 位置，每单位时间他可以向左或向右走一步. 有 n 道闪电 (t, x, r)：t 时刻的时候这个人不能够站在 $[x - r + 1, x + r - 1]$ 这个区间内. 有 s 个询问 (t, x)：在 t 时刻这个人能否走到位置 x.

题解：使用一个 set 来维护这个人能够到达的不相交区间. 每次闪电发生时，把 set 里和闪电相交的部分暴力删除. 由于这些区间每过一个单位时间长度会增长，为了维护区间的不相交性，可以在区间相交时加入需要合并指定段的事件点，那么用另一个 set 来维护闪电/询问/合并这些事件点即可。时间复杂度 $O(n \log n)$.

F. Factory

题意：给出平面上 n 个坐标，找一个点使得这个点到所有点的欧几里得距离和最小。

题解：三分套三分即可，时间复杂度 $O(n \log A^2)$。

好像随便模拟退火或者爬山也可以过掉啊?? 跑的非常快啊??

G. Grasshoppers

题意：圆环上均匀分布有 m 个位置，有 n 只蚱蜢，一开始的时候第 i 只蚱蜢的位置是 A_i, 蚱蜢们要跳 t 轮。对于每一轮，第 i 只蚱蜢会从它当前的位置跳到以圆环中心和第 $i+1$ 只蚱蜢的连线的对称位置上。蚱蜢们每一轮都同时跳，问 t 轮后每只蚱蜢的位置。

题解：循环卷积求出 $(2x - 1)^k$ 即可。

H. Education Nightmare

题意：你的学校有 n 间教室，以 $n - 1$ 条边连接 (是一棵树)，你从 s 出发沿着边走，要去上课教室，但是你不知道这节课的教室在哪里。如果你进入了你的上课教室，那么你就马上知道这是你

要去的教室。在教室 m 有一张课程表，如果你到了教室 m，你马上就知道你的上课教室的位置。询问你在最好策略下到达上课教室最坏要多久。

题解：考虑最坏情况下会发生的事情：1. 在你到达 m 前，上课教室总是没到过的节点。2. 你到达 m 时，得到的上课教室信息总是你没经过的节点里最远的那个。

那么把节点按照到 m 的距离从大到小排序，暴力维护这些节点构成的连通子树大小即可。

I. A Really Odd Sequence

题意：求一个和最大的奇数长度的子区间。

题解：喵喵喵?

J. Spoonerisms

题意：给 n 个串，在里边找出 4 个串 A, B, C, D，满足能够通过交换一次 A 和 B 的某个前缀来得到 C 和 D。

题解：考虑如下转化：把每个前缀和后缀当作点，能够拼接的前缀和后缀之间建边。那么就转化成在二分图上找一个四元环。考虑这样的三元组 (u, v, w) 满足 u 到 v 有边且 v 到 w 有边，那么找四元环等价于找两组三元组 (u, v, w) 和 (u, x, y) 满足 $w = y$ 且 $v \neq x$。这可以通过枚举 $\mathcal{N}(u)$ 和 $\mathcal{N}(\mathcal{N}(u))$ 来求，其中 $\mathcal{N}(u)$ 表示和 u 相邻的点。这样子做是 $O(n^2)$ 的，然后使用一下分块技巧，就得到了 $O(n\sqrt{n})$ 的做法了。

首先枚举度大于 $\sqrt{n}$ 的点 u，这样点不超过 $\sqrt{n}$ 个，那么直接暴力枚举 $\mathcal{N}(u)$ 和 $\mathcal{N}(\mathcal{N}(u))$，这样复杂度是 $O(n\sqrt{n})$。那么可以发现度大于 $\sqrt{n}$ 的点的 $\mathcal{N}(u)$ 都没有用了，不妨直接删掉。那么接下来直接暴力枚举一个点 u，那么 $\mathcal{N}(u)$ 内的点度数都不超过 $\sqrt{n}$，同样直接暴力枚举就好了，复杂度也是 $O(n\sqrt{n})$。

K. A Text Problem

题意：在允许一个错误的情况下 A 串出现在 B 串中，当且仅当 A 串出现在 B 串中，或者 A 串在修改了一个字符后出现在 B 串中. 给定一个串 T, 和 Q 个询问，每个询问给出一个串 S, 询问在允许一个错误的情况下 S 在 T 中的出现次数.

题解：对 T 串和 T 串的逆序分别建后缀自动机. S 在 T 中出现的次数可以在自动机上求出。然后考虑求允许修改一个字符（可以改成原字符）的 S 在 T 中出现次数，枚举 S 串修改的字符位置，前缀在 T 串自动机上跑，后缀逆序在 T 串逆序的自动机上跑，得到两个 $right$ 集合，那么这两个集合的交能够贡献到答案里。考虑如何求 $right$ 集合交：每个节点在两棵自动机的 fail 树上各有一个 dfs 序，那么可以把每个节点看作二维平面上的一个坐标，$right$ 集合交就可以转化为询问二维平面给定矩形内点的个数，这可以通过离线数据结构在 $O(n \log n)$ 的时间内做好。那么答案是允许修改一个字符（可以改成原字符）的 S 在 T 中的数量减去 $n-1$ 倍的 S 在 T 中出现的次数. 这样是一个 $O(n \log n + n|\sum|)$ 的复杂度.

L. Waiter's Problem

题意：有 n 个非负整数 $A_1, A_2, A_3..A_n$, 你要执行 n 轮操作，每一轮操作你要从 A 序列里挑出一个数 A_i, 你获得 A_i 的收益并把 A_i 从 A 中删去，然后序列里剩余的所有大于 0 的数都减一. 问你在最优策略下，能获得的最大收益和。

题解：枚举选最大的 i 个数，用这些数的和减去 $\frac{i(i-1)}{2}$ 更新到答案里.